المحاضرة السادسة

Prof. Dr. Niran Fadhil

6-3) القوة كدالة للموضع فقط ,مفهوما الطاقة الحركية والكامنة

.The Force as a Function of Position Only.

The Concepts of Kinetic and Potential Energy

يعتمد تأثير القوة على جسيم على موضعه فقط بالنسبة الى اجسام اخرى • فمثلا تنطبق هذه الحالة على قوى الجذب الارضـــي والالكتروســتاتيك وتنطبق كذلك على قوى الكبس او الشــد المرن • والمعادلة التفاضلية للحركة على خط مستقيم لهذه الحالة هي :

$$\vec{F}(x) = m\ddot{x}$$

ً يمكن حل هذا النوع من المعادلات التفاضـــلية بواحدة من طرق كثيرة. ومن الطرق المفيدة والمهمة لحلها هي كتابة التعجيل على النحو التالي:

$$\ddot{x} = \frac{d\dot{x}}{dt} = \frac{dx}{dt}\frac{d\dot{x}}{dx} = v\frac{dv}{dx}$$

وهكذا يمكن كتابة المعادلة التفاضلية للحركة كالاتي :

$$F(x) = mv\frac{dv}{dx} = \frac{m}{2}\frac{d(v^2)}{dx} = \frac{dT}{dx}$$

حيث الكمية $T = {}_{1/2}mv^2$ تسمى بالطاقة الحركية للجسم .

$$\int F(x)\,dx = \int dT$$

الان يمثل التكامل $\int F(x)\,dx$ الشغل المسلط على الجسيم من تأثيرالقوة $F(x)$ ولتعرف دالسة مثل $V(x)$ على النحو التالي:

$$-\frac{dv}{dx} = F(x)$$

والدالة V(×) تسمى بالطاقة الكامنة . وعرفت فقط ضمن ثابت (اعتباطي) مضاف وبذلك يكون تكامل الشغل بدلالة V(×) على النحو التالي:

$$\int F(x)\,dx = -\int \frac{dv}{dx}\,dx = -V(x) + \text{constant}$$

$$T + V = \tfrac{1}{2}\,mv^2 + v(x) = \text{constant} = E$$

وتسمى E بالطاقة الكلية. بعبارة اخرى - اذا كانت القوة المؤثرة دالة للموضع فقط للحركة على خط مستقيم، فان مجموع الطاقة الحركية والكامنة يبقى ثابتا خلال الحركة. وتسمى القوة في هذه الحالة محافظة Conservative . اما القوى غير المحافظة اى التي لا تتواجد لها دالة كامنة فتكون اعتياديا من نوع التبديد، مثل الاحتكاك .

يمكن ايجاد حركة الجسيم من حل معادلة الطاقة

$$v = \frac{dx}{dt} = \pm \sqrt{\frac{2}{m}\left[E - V(x)\right]}$$

والتي يمكن كتابتها بصيغة التكامل على النحو التالي:

$$\int \frac{\pm\, dx}{\sqrt{\frac{2}{m}\left[E - V(x)\right]}} = t$$

وهذه تعطي t كدالة للموضع

نرى ان الانطلاق يكون حقيقا فقط لقيم × عند ما تكون V (×) اقل من الطاقة الكلية E او مساوية لها .. فيزيائيا، وهذا يعني ان الجسيم محصور في المنطقة او المناطق التي يستوفي فيها الشرط $V(x) \le E$. اضف الى ذلك يصبح الانطلاق صفرا عندما تكون V(x)=E وهذا يعني ان الجسيم يجب ان يقف ويعكس حركته في تلك النقاط التي تصح فيها المساواة. وتسمى هذه النقاط بنقاط الرجوع للحركة. Turning points

7-3) القوة كدالة للسرعة فقط The Force as a Function of Velocity only

Prof. Dr. Niran Fadhil

يحدث في اكثر الاحيان أن تكون القوة المؤثرة على جسيم ما دالة لسرعته يصح هذا مثلا في حالة مقاومة الموائع التي توثر على جسم يتحرك في مائع في السرع الواطئة لوحظ ان مقاومة المائع تتناسب تقريبا مع السرعة، بينما في السرع العالية يقترب تناسبها اكثر من مربع v · فان لم يكن هناك قوى مؤثرة اخرى فان من الممكن كتابة المعادلة التفاضلية للحركة على الكيفية التالية

$$F(v) = m\frac{dv}{dt}$$

وبتكاملها مرة واحدة نحصل على t كدالة للسرعة ٧

$$t = \int \frac{mdv}{F(v)} = t(v)$$

اذا فرضنا ان بإمكاننا حل المعادلة السابقة للسرعة v أي

$$v = v\,(t)$$

فان تكاملا ثانيا يعطي الموضع × كدالة للزمن t

$$x = \int v(t)\,dt = x\,(t)$$

الطريقة الاخرى هي بتعويض $v\frac{dv}{dt}$ بدلا من $\frac{dv}{dt}$ في المعادلة أعلاه لنحصل على

$$F(v) = mv\frac{dv}{dt}$$

وبأجراء التكامل نحصل x بدلالة v

$$x = \int \frac{mvdv}{F(v)} = x(v)$$

وعند حل هذه المعادلة للسرعة v كدالة للموضع × تحصل على

$$v = v(x)$$

وعند تكامل الأخيرة نحصل على

Prof Dr Nirvan Fadhil

$$t = \int \frac{dx}{V(x)} = t(x)$$

في الحقيقة يجب ان يكون للمعادلات اعلاه نفس العلاقة بين x , t .

Prof. Dr. Niran Fadhil