

المحاضرة الأولى

لتعريف موضع جسم في الفضاء، من الضروري اتخاذ محاور مرجعية. وسنستعمل نظام الأحداثيات في الميكانيك والنوع الاساسي لنظام الأحداثيات الذى يفى بأغراضنا هو نظام الأحداثيات الديكارتية Cartesian Coordinate او نظام الأحداثيات المتعامدة وهو مجموعة مكونة من ثلاث مستقيمات (اومحاور) متعامدة في هذه الأحداثيات يعين موضع نقطة بثلاثة اعداد اومحاور هي x, y, z وتتغير أحداثيات النقطة المتحركة بمرور الزمن، اى تكون الأحداثيات دوال للكمية t المقاسة على مقياسنا الزمني. ان الجسم او النقطة الكتلية من المفاهيم المفيدة في الميكانيك، والجسيم شىء له كتلة ولكن ليس له امتداد بعدى. انه مفهوم مثالي مجرد لا وجود له في الطبيعة فحتى الالكترون له حجم محدود . ولكن فكرة الجسم مفيدة كتقريب لجسم صغير او لجسم ذى حجم غير مهم نسبيا في نطاق بحث معين.

الكميات العددية والمتجهة Scalar and Vector Quantities

ان الكميات الفيزيائية التي تعين تعيينا كاملا بمعرفة مقدارها فقط تسمى " الكميات العددية Scalars " ومن الامثلة الشائعة للكميات العددية - الكثافة والحجم ودرجة الحرارة. وتعامل الكميات العددية رياضيا كأعداد حقيقية عادية • وتخضع عند الجمع والطرح والضرب والقسمة لجميع القوانين المألوفة في الجبر. وهناك كميات فيزيائية معينة تحتوى على خاصية اتجاهية، مثل الازاحة من نقطة في الفضاء الى اخرى. مثل هذه الكميات يلزم لوصفها بصورة كاملة ذكر اتجاهها فضلا عن قدارها. وتسمى هذه الكميات بالكميات المتجهة Vectors وهي اذا اتحدت مع بعضها تخضع لقانون متوازي الاضلاع للجمع بالإضافة الى الازاحة في الفضاء هناك امثلة شائعة اخرى للمتجهات مثل السرعة والتعجيل والقوة . ان مفهوم المتجه وتطوير رياضيات الكميات المتجهة ككل اثبتنا ضرورتهما في تطوير علم الميكانيك. وسيكرس ما تبقى من هذا الفصل لدراسة مختصرة في جبر المتجهات .

1- تساوى المتجهات Vector Addition

$$\vec{A} = \vec{B} \quad \text{المعادلة}$$

$$(A_x, A_y, A_z) = (B_x, B_y, B_z) \quad \text{او}$$

تكافئ المعادلات الثلاث التالية: -

$$A_x = B_x$$

$$A_y = B_y$$

$$A_z = B_z$$

اي تتساوى المتجهات اذا تساوت مركباتها المتعاقبة

2 - جمع المتجهات Vector Addition

يعرف جمع اي متجهين بالمعادلة التالية:

$$\vec{A} + \vec{B} = (A_x, A_y, A_z) + (B_x, B_y, B_z) = (A_x + B_x, A_y + B_y, A_z + B_z)$$

وهذا يعني ان مجموع اي متجهين هو متجه اخر مركباته مساوية لمجموع مركبات المتجهين المعطيين.

3- الضرب بكمية عددية Multiplication by a scalar.

اذا كانت c كمية عددية و A كمية متجهة فان

$$c\vec{A} = c(A_x, A_y, A_z) = (cA_x, cA_y, cA_z) = \vec{A} \cdot c$$

اي حاصل الضرب $c\vec{A}$ كمية متجهة اخرى مركباتها c من المرات اكبر من مركبات المتجه \vec{A} .

4 طرح المتجهات Vector Subtraction

يعرف طرح التجهات كما يلي:

$$\vec{A} - \vec{B} = \vec{A} + (-1)\vec{B} = (A_x - B_x, A_y - B_y, A_z - B_z)$$

5- متجه الصفر The Null Vector

المتجه $\vec{0} = (0,0,0)$ يسمى متجه الصفر

واتجاه متجه الصفر غير معرف ومن (٤) تحصل على $\vec{A} - \vec{A} = 0$

ولما كان استعمال الصفر بدلا من متجه الصفر ليس متجها لذلك سنستعمل في المستقبل الرمز $\vec{0} = 0$.

6 - قانون تبادل الحدود في الجمع The Commutative Law of Addition

يصح هذا القانون في جبر المتجهات اي ان

$$\vec{A} + \vec{B} = \vec{B} + \vec{A}$$

لان $A_x + B_x = B_x + A_x$

7 - قانون ترتيب الحدود The Associative Law

ويصح كذلك قانون ترتيب الحدود في المتجهات لان

$$\begin{aligned} \vec{A} + (\vec{B} + \vec{C}) &= [A_x + (B_x + C_x), A_y + (B_y + C_y), A_z + (B_z + C_z)] \\ &= (A_x + B_x) + C_x, (A_y + B_y) + C_y, (A_z + B_z) + C_z = (\vec{A} + \vec{B}) + \vec{C} \end{aligned}$$

8 - قانون توزيع الحدود The Distributive Law

يصح قانون توزيع الحدود عند ضرب المتجهات في كمية عددية لاننا نحصل من (٢) و (٣) على -

$$c(\vec{A} + \vec{B}) = c(A_x + B_x, A_y + B_y, A_z + B_z)$$

$$\begin{aligned}
&= c(A_x + B_x), c(A_y + B_y), c(A_z + B_z) \\
&= (cA_x + cB_x, cA_y + cB_y, cA_z + cB_z) \\
&= c\vec{A} + c\vec{B}
\end{aligned}$$

اي ان المتجهات تخضع لقوانين الجبر الاعتيادية فيما يخص العمليات انفة الذكر

مقدار المتجه **Magnitude of a Vector**

يرمز لمقدار المتجه \vec{A} بالرمز $|\vec{A}|$ او بـ A ويعرف بالجذر التربيعي لحاصل جمع مربع مركبات المتجه .

$$A = |\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$$

واخذ الجذر الموجب شيء بديهي في الهندسة , يكون مقدار المتجه هو طوله، اي طول قطر متوازي مستطيلات اضلاعه A_x, A_y, A_z

الوحدات المتجهة للمحاور **Unit Coordinate Vectors**

المتجه الذي مقداره واحد عدد صحيح يسمى (الوحدة المتجه)

والوحدات المتجهة الثلاث

$$\hat{i} = [1, 0, 0], \quad \hat{j} = [0, 1, 0], \quad \hat{k} = [0, 0, 1]$$

تسمى (الوحدات المتجه للمحاور) او (المتجهات الاساسية) ويمكن تمثيل اي متجه بدلالة هذه المتجهات كمجموع على النحو التالي

$$\begin{aligned}
\vec{A} &= (A_x + A_y + A_z) = (A_x + 0 + 0) + (0 + A_y + 0) + (0 + 0 + A_z) \\
&= A_x(1, 0, 0) + A_y(0, 1, 0) + A_z(0, 0, 1) \\
&= \hat{i}A_x + \hat{j}A_y + \hat{k}A_z
\end{aligned}$$

ان تمثيل المجموع "ملائم لاغراض كثيرة وسيستخدم كثيرا وسوف نسميه صيغة - i j k لتمثيل المتجه .