$10\text{-}\ \overline{z_1 \mp z_2} = \bar{z}_1 \mp \bar{z}_2$

$\overline{z_1 \mp z_2} = (x_1 + x_2) \mp i(y_1 + y_2) = x_1 + x_2 \mp i(y_1 + y_2)$

$= x_1 + x_2 \mp i(-y_1 - y_2)$

$= x_1 - iy_1 \mp x_2 - iy_2$

$= \bar{z}_1 \mp \bar{z}_2$

$11 - \overline{z_1 . z_2} = \bar{z}_1 . \bar{z}_2$

$\overline{z_1 . z_2} = (x_1 + iy_1)(x_2 + iy_2)$

$= x_1x_2 - y_1y_2 + (x_1y_2 + y_1x_2)i$

$= x_1x_2 - y_1y_2 - (x_1y_2 + y_1x_2)$ 1

$\bar{z}_1 . \bar{z}_2 = (x_1 - iy_1)(x_2 - iy_2)$

$= x_1x_2 - y_1y_2 + (-x_1y_2 - y_1x_2)i$ 2

$1 = 2$

$\therefore\ \overline{Z_1 . Z_2} = \overline{Z_1} . \overline{Z_2}$

$12\text{-}\ \overline{\left(\frac{z_1}{z_2}\right)} = \frac{\bar{z}_1}{\bar{z}_2} \qquad , \ni Z_2 \neq 0$

$= \overline{\left(\frac{x_1 + iy_1}{x_2 + iy_2}\right)} \left(\frac{x_2 - iy_2}{x_2 - iy_2}\right) = \left(\frac{x_1x_2 + y_1y_2 + (-x_1y_2 + y_1x_2)i}{x_2^2 + y_2^2}\right)$

$= \frac{x_1x_2 + y_1y_2}{x_2^2 + y_2^2} - \frac{-x_1y_2 + y_1x_2}{x_2^2 + y_2^2} i$ 1

$= \frac{\bar{z}_1}{\bar{z}_2} = \frac{x_1 - iy_1}{x_2 - iy_2} . \left(\frac{x_2 + iy_2}{x_2 + iy_2}\right)$

$= \frac{x_1x_2 + y_1y_2 + (x_1y_2 - y_1x_2)i}{x_2^2 + y_2^2}$

$= \frac{x_1x_2 + y_1y_2}{x_2^2 + y_2^2} + \frac{-y_1x_2 + x_1y_2}{x_2^2 + y_2^2} i$ 2

$\therefore\ 1 = 2$

القيمة المطلقة للعدد المعقد

$$=\frac{3+2i}{-14+18i}\left(\frac{-14-18i}{-14-18i}\right)=\frac{-42+36+i(-54-28)}{(-14)^2+(18)^2}$$

$$=\frac{-6-82i}{196+324}=\frac{-6-82i}{520}=\frac{-3}{260}-\frac{41}{260}i$$

القيمة المطلقة للعدد المعقد (Absolute Value)

تعرف القيمة المطلقة للعدد المعقد هي العدد الحقيقي غير السالب $\sqrt{x^2+y^2}$ ويرمز لها بالرمز $|z|$

كما ان القيمة المطلقة $|z|$ هي المسافة بين النقطة (x,y) وبين نقطة الاصل $(0,0)$

كما أن المسافة بين النقطتين z_1,z_2 هي

$$|z_1-z_2|=\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}$$

المرافق المعقد: (complex conjuget)

أن المرافق للعدد المعقد $z=x+iy$ هو $\bar{z}=x-iy$

خواص مرافق العدد المعقد:

1- $z=0 \Leftrightarrow \bar{z}=0$

If $z=0=0+0i$ then $\bar{z}=0-0i=0$

2- $\bar{z}=\overline{x+iy}=x-iy$

3- $\bar{i}=-i \quad , \overline{-i}=i$

4- $\bar{\bar{z}}=z$

If $\bar{\bar{z}}=\overline{(\overline{x+iy})}=\overline{(x-iy)}=x+iy=z$

5- If $z=(0,y) \Rightarrow \bar{z}=-z$

If $z=(0,y) \Rightarrow z=0+iy \Rightarrow \bar{z}=0-iy=(0,-y)=-(0,y)=-z$

6- If $z=(x,0) \Rightarrow \bar{z}=z$

If $z=(x,0) \Rightarrow z=x+0i \Rightarrow \bar{z}=x-0i=(x,-0)=(x,0)=z$

7- $z.\bar{z}=x^2+y^2$

8- $z+\bar{z}=2Re(z)$

9- $z-\bar{z}=2i\,Im(z)$

$\Rightarrow y_2 = 0 \quad , \qquad x_2 = 0 \Rightarrow z_2 = 0$

وبنفس الطريقة نفرض $z_2 \neq 0$ ونحصل ان $z_1=0$ نستنتج ان اذا كان حاصل ضرب عددين معقدين صفرا فأما أحدهما صفر او كلاهما.

ملاحظة:

1- $0 \in \mathbb{C}$, $0=0+0i$ $\quad \ni x = y = 0$
2- $1 \in \mathbb{C}$, $1=1+0i$ $\quad \ni x = 1 \text{ ؛ } y=1$
3- $i \in \mathbb{C}$, $i=0+i$ $\quad \ni x = 0 \text{ ؛ } y = 1$

Ex: $i^2=-1$

$i^3=i^2.i=-1$

$i^4=i^2.i^2=(-1)(-1)=1$

اذا فأن i^n يمكن أيجادها بقسمة n على 4 والباقي يكون الأس الجديد

رابعاً: القسمة في الأعداد المعقدة

طريقة الحل (نضرب البسط والمقام في مرافق المقام)

$$\frac{1}{z}=\frac{1}{x+iy}\left(\frac{x-iy}{x-iy}\right)=\frac{x-iy}{x2+y2}=\frac{x}{x2+y2}-i\frac{y}{x2+y2}$$

$$\frac{z_1}{z_2}=\frac{x_1+iy_1}{x_2+iy_2}\left(\frac{x_2-iy_2}{x_2-iy_2}\right)=\frac{x_1x_2+y_1y_2+i(-x_1y_2+y_1x_2)}{x_2^2+y_2^2}$$

$$=\frac{x_1x_2+y_1y_2}{x_2^2+y_2^2}+i\frac{-x_1y_2+y_1x_2}{x_2^2+y_2^2}$$

Ex: $\frac{3+2i}{(5+i)(-2+4i)}$ جد ناتج

$$=\frac{3+2i}{-10-4+i(20-2)}$$