$z.1=1.z=z \quad \ni 1 = 1 + 0i$

$z.1=(x+iy)(1+0i)=x.1-y.0+i(x.0+y.1)$

$=x+iy=z$

EX:. If $z=4+7i$ find z^{-1} ?

$z^{-1} = \frac{1}{z} = \frac{1}{4+7i}\left(\frac{4-7i}{4-7i}\right)$

$=\frac{4-7i}{16+49} = \frac{4-7i}{65}$

6- خاصية التوزيع

$z_1.(z_2+z_3)=z_1.z_2+z_1.z_3$

$z_1.(z_2+z_3)=(x_1+iy_1).[(x_2+iy_2)+(x_3+iy_3)]$

$=(x_1+iy_1).(x_2+x_3+i(y_2+y_3)$

$=x_1(x_2+x_3)-y_1(y_2+y_3)+i(x_1)(y_2+y_3)+y_1(x_2+x_3))$

$=x_1x_2+x_1x_3-y_1y_2-y_1y_3+ix_1y_2+ix_1y_3+iy_1x_2+iy_1x_3$

$=x_1x_2-y_1y_2+ix_1y_2+iy_1x_2+x_1x_3-y_1y_3+ix_1y_3+iy_1x_3$

$=x_1x_2-y_1y_2+i(x_1y_2+y_1x_2)+x_1x_3-y_1y_3+i(x_1y_3+y_1x_3)$

$=z_1.z_2+z_1.z_3$

ملاحظة:

1- الأعداد المعقدة لا تحتوي على قواسم الصفر
2- أذا كان حاصل ضرب عددين معقدين يساوي صفر فأما الأول يساوي صفر أو الثاني يساوي صفر

If $z_1.z_2=0$ then either $z_1=0$ or $z_2=0$

<u>Proof :.</u>

If $z_1.z_2=0$ and $z_1 \neq 0$

$z_1.z_2=(x_1x_2-y_1y_2)+i(x_1y_2+y_1x_2)=0+0i$

$\rightarrow x_1x_2-y_1y_2=0 \rightarrow x_1x_2=y_1y_2 \rightarrow x_2=\frac{y1y2}{x1}$

And $x_1y_2+y_1x_2=0$

$\frac{x_1^2 + y_1^2 y_2}{x_1} = 0 \Rightarrow x_1^2 y_2 + y_1^2 y_2 = 0$

$=x_1(x_2x_3)-x_1(y_2y_3)-y_1(x_2y_3)-y_1(y_2x_3)+ix_2(x_2y_3)+ix_1(y_2x_3)+iy_1(x_2x_3)-iy_1(y_2y_3)$

$=x_1(x_2x_3-y_2y_3)-y_1(x_2y_3-y_2x_3)+i[x_1(x_2y_3+y_2x_3)+y_1(x_2x_3-y_2y_3)]$

$=(x_1+iy_1)[(x_2x_3-y_2y_3)+i(x_2y_3+y_2x_3)]$

$=z_1.(z_2.z_3)$

4- خاصية النظير (invers)

$z.z^{-1}=z^{-1}.z=1$

قبل برهان هذه الخاصيه لابد من ايجاد قيمة z^{-1} اي معكوس z لأيجاد قيمة z^{-1} نفرض $z^{-1}=(u,r)$

$z.z^{-1}=1$

$(x+iy)(u+ir)=(1+0i)$

$Xu-yr+i(xr+yu)=(1+0i)$

حسب تساوي عددين معقدين

$Xu-yr=1.........._1$

$Xr+yu=0.........._2$

$\rightarrow xr=-yu \rightarrow r=\frac{-yu}{x}.....3$

from1 $ux+\frac{y2u}{x}=1 \rightarrow ux^2+y^2u=x$

$\rightarrow u=\frac{x}{x2+y2} \rightarrow (3)$ نعوض في $r=\frac{-y}{x2+y2}$

$\therefore z^{-1}=(\frac{x}{x2+y2},\frac{-y}{x2+y2})=\frac{x}{x2+y2}-i\frac{y}{x2y2}$

والان برهان خاصية المعكوس الضربي

$z.z^{-1}=(x+iy)(\frac{x}{x2+y2}-i\frac{y}{x2+y2})$

$=x.\frac{x}{x2+y2}+y.\frac{y}{x2+y2}+i(\frac{-xy}{x2+y2}+\frac{yx}{x2+y2})$

$=\frac{x2+y2}{x2+y2}+0i=1$

5- خاصية العنصر المحايد (identity)

$z+(-z)=(x+iy)+(-x-iy)$

$=x-x+iy-iy$

$=0+0i=0$

5 - خاصية العنصر المحايد

$z+0=0+z=z \quad \ni 0=0+0i$

$z+0=(x+iy)+(0+0i)=x+0+iy+i0$

$=x+iy=z$

خواص عملية الضرب

1- خاصية الأنغلاق (closed)

$\forall z_1,z_2 \in \mathbb{C} \rightarrow z_1.z_2=(x_1+iy_1)(X_2+y_2i)$

$=(x_1x_2+y_1y_2)+(x_1y_2+y_2x_2) \in \mathbb{C}$

2- خاصية الأبدال (commutative)

$\forall z_1,z_2 \in \mathbb{C} \quad z_1.z_2=z_2.z_1$

$z_1.z_2=(x_1+iy_1)(x_2+iy_2)$

$=(x_1x_2-y_1y_2)+i(x_1y_2+y_1x_2)$ حسب الأبدال للضرب في R

$=x_2x_1-y_2y_1+i(x_2y_1+y_2x_1)$ حسب الأبدال للجمع في R

$=z_2.z_1$

3- خاصية التجميع (associative)

$(z_1.z_2).z_3=z_1.(z_2.z_3)$

$(z_1.z_2).z_3=((x_1+iy_1)(x_2+iy_2))(x_3+iy_3)$

$=(x_1x_2-y_1y_2+i(x_1y_2+y_1x_2))(x_3+iy_3)$

$=(x_1x_2-y_1y_2)x_3-(x_1y_2)y_3+i[(x_1x_2-y_1y_2)y_3+(x_1y_2+y_1x_2)x_3]$

$=(x_1x_2)x_3-(y_1y_2)x_3-(x_1y_2)y_3-(y_1x_2)y_3+i(x_1x_2)y_3-$
$i(y_1y_2)y_3+i(x_1y_2)x_3+i(y_1x_2)x_3$