Example:- $f(z)=z^2-i$, $g(z)=1-3z+2i$

$$\lim_{z\to(3+2i)}\{5f(z)-g(z)$$

$$5\lim_{z\leftrightarrow(3,2)}f(Z)-\lim_{z\leftrightarrow(3,2)}g(z)$$

Example:- $f(z)=\frac{z}{z}$, Z=0

$F(0)=f(0-0i)=\frac{x+iy}{x-iy}$

If y=0 , $x\to 0$

$$\lim_{z\to 0}f(z)=\lim_{x\to 0}-\frac{x}{x}=1$$

مبرهنه الوحداتين :- اذا كانت للداله f غايه عند النقطه Z_o فان هذه الغايه وحيده

البرهان :- نفرض يوجد غايتين للداله f وهي w_2 , w_1اي ان

$$\exists\ w_1\neq w_2\ \lim_{z\to z_o}f(z)=w_1\quad,\ \lim_{z\to z_o}f(z)=w$$

لكل قيم تحقق

$$\therefore \forall\in>0,\exists\delta_1>0\ |\ f(z)-w_1\ |<\frac{\epsilon}{2}0<\ |z-z_o\ |<\delta_1$$

$$\forall\in 0\ .\exists\delta_1>0\ \ni\ |f(z)-w_1\ |<\frac{\epsilon}{2}\text{ Zلكل قيم }0<\ |Z-Z_o\ |\ll 2$$

لتكن δ اصغر قيمه للعددين δ_2 δ_1 أي ان $\delta=\min\{\delta_1,\delta_2\}$

ولذلك عندما $\infty \leftarrow Z$ يكفي ان نجد $g(z)=f(\frac{1}{z})$ عندما $Z \rightarrow 0$

Example:- $g(z)=|z|$

$\forall \in > 0 \quad |g_2(z)-g_1(z)|$

$||z_2|-|z_1|| \leq |z_2-z_1| < \delta = \in \rightarrow |z_2-z_1| < \delta$

Example:- $g(z)=2z$

$|g_2(z)-g_1(z)| = |2z_2-2z_1|$

$=2|z_2-z_1| < \in$

$\delta = \frac{\in}{2}$

$|z_2-z_1| < \delta$

Example:- $\begin{cases} z & z \neq 0 \\ 0 & z = 0 \end{cases}$

Sol/

$f(0)=0$

$$\lim_{z \to 0} f(z) = \lim_{z \to 0} z = 0$$

مثال/ اوجد الداله العكسيه

$$g : ¢ \to ¢$$

$$g(x)=\frac{1}{x-2}$$

$$x=\frac{1}{y}+2$$

$$g^{-1}(x)=y=\frac{1}{x}+2$$

$$gog^{-1}(x)= g(\frac{1}{x}+2)$$

$$=\frac{1}{\frac{1}{x}+2-2}=x$$

الغايه:- $\lim_{z\to z_o} f(z) = w_o$ اذا وفقط اذا $\forall \in 0$ عدد حقيقي يوجد $\delta > 0$ حيث ان

$0< |z - z_o| < \delta$ لكل Z التي تحقق $|F(z)-w_o| <\in$

أي ان $\forall \in > 0 \ , \ \exists \delta > 0 , 0< |z - z_o| < \delta \to |w - w_o| < \delta$

مثال/ اذا كان $f(z)=\frac{1}{2}iz$ معرفه على $|z| < 1$ برهن $\lim_{z\to 1} \frac{iz}{2}=\frac{i}{2}$

<u>الحل/</u>

$$z_o=1 \to f(z_o)=\frac{i}{2}$$

$$if(z)=f(z_o)= \left|\frac{iz}{2}-\frac{i}{2}\right|=\frac{1}{2}\ |z-1| <\in$$

$$:.\delta = 2 \in \quad > |z-1| < 2 \in$$