الحالات التي يمكن أن تأخذها الدالة $f(x)$

٣) إذا كانت $f(x) = x^m$ أي ان الدالة متعددة حدود و m عدد صحيح موجب لايجاد الحل الخاص نكتب $\frac{1}{F(D)}$ بشكل قوى تصاعدية أي أننا نستخدم القسمة الاقليدية (الطويلة) كما في الأمثلة التالية:

$$\frac{1}{1+D} = 1 - D + D^2 - D^3 + \cdots$$

$$\frac{1}{2-D} = \frac{1}{2\left(1-\frac{D}{2}\right)} = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{D}{2} + \frac{D^2}{4} + \frac{D^3}{8} + \cdots\right)$$

خطوات الحل

١) نضع $y_p = \frac{1}{F(D)}$.

٢) نعوض عن $F(D)$ بما يساويها.

٣) نجعل اول حد في $F(D)$ مساوياً للواحد بإخراج عامل مشترك مناسب من الحدود الموجودة في $F(D)$.

٤) نستخدم القسمة الطويلة ونتوقف عن القسمة عندما تصبح رتبة D أكبر من درجة x.

٥) نؤثر بناتج القسمة على الدالة (متعددة الحدود) الموجودة في السؤال.

تمارين (تحل في المحاضرة)

جد الحل الخاص للمعادلات التفاضلية التالية باستخدام طريقة المؤثر

1) $(D^2 + 2D + 2)y = x^2$

2) $(D^3 - D^2 - D - 2)y = x$

3) $(D^3 + 8)y = x^4 + 2x + 1$

4) $(D^2 + 2D - 20)y = (x+1)^2$

واجب بيتي HW

1) $(4D^2+1)y = x^4$

2) $y^{(5)} - y''' = x^2$

3) $(D^3+D^2)y = 9x^2 - 2x + 1$

4) $y''' - 2y' + y = 2x^3 - 3x^2 + 4x + 5$

الحالات التي يمكن أن تأخذها الدالة $f(x)$

٤) إذا كانت $f(x) = e^{bx}v(x)$ حيث $v(x)$ تأخذ الحالات الثلاثة التالية:

1) $\sin b'x$ 2) $\cos b'x$ 3) x^m

بمعنى اخر

$$f(x) = e^{bx}x^m \quad or \quad f(x) = e^{bx}\sin b'x \quad or \quad f(x) = e^{bx}\cos b'x$$

فأن الحل الخاص هو

$$y_p = \frac{1}{F(D)}.f(x) = e^{bx}\frac{1}{F(D+b)}v(x)$$

خطوات الحل

١) نضع $y_p = \frac{1}{F(D)}f(x)$.

٢) نقوم بسحب الدالة الأسية الى اليسار ونعوض عن كل D بـ $(D+b)$ أي أن $F(D)$ تصبح $F(D+b)$.

٣) بعد الخطوة (٢) ننسى الدالة الأسية نهائياً ونركز على الدالة $v(x)$ فقط.

٤) نجد الحل الخاص وفقاً للحالات الثلاثة الماضية التي درسناها سابقا.

تمارين (تحل في المحاضرة)

جد الحل الخاص للمعادلات التفاضلية التالية باستخدام طريقة المؤثر

1) $y'' - 4y' + 3y = x^3e^{2x}$

2) $(D^4 + 6D^3 + 11D^2 + 6D)y = 20e^{2x}\sin x$

3) $(D^3 - D - 6)y = (x+1)e^{2x}$

4) $(D^2 + 2)y = x^2 e^{3x}$

واجب بيتي HW

1) $y'' + 2y' + y = 2x^2 e^{-2x} + 3e^{2x}$

2) $y'' - 7y' + 12y = e^{2x}(x^3 - 5x^2)$

3) $y'' + y' - 2y = e^x \sin x$